LEVEL-ezz! matematika verseny, 2017-2018. IV. forduló

Beadási határidő: **2018. március 14. (szerda) 12:00**
Megoldásaidat indokold, ne csak végeredményt közölj!
Megoldott feladataidat matematikatanárodnak add át a beadási határidő lejárta előtt!
Jó munkát kívánunk!

9.-10. osztály

1. A táblán a következő számok láthatók:

$$25,\ 34,\ 40,\ 58,\ 106,\ 127,\ 221,\ 283,\ 319,\ 325,\ 404,\ 529,\ 613.$$

   Válassz ki ezek közül négyet úgy, hogy azok összege hárommal osztható legyen, és az ilyenek közül a lehető legkisebb legyen az összeg! (10 pont)

2. Az ABC háromszögben $AB = 3$, $BC = 5$, $CA = 6$. Az A-ból induló belső szögfelező a BC oldalt P-ben metszi. Mekkora a BP szakasz? (10 pont)

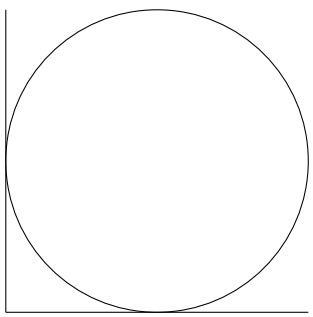
3. Egy nyomda olyan társasjátékot gyárt, amelyhez kétféle figurára van szükség: kutyára és macskára; ezeket kartonpapírból kivágva készítik. Az egyes készletekben a macskák és kutyák aránya 5 : 3. Hogy a hulladékot minimalizálják, kétféle kartont nyomtatnak: az egyik fajta lapon 28 kutya és 28 macska van, a másikon pedig 42 macska. Milyen arányban nyomtassák a kétféle kartont, hogy a szétvágás után éppen megfelelő legyen a kétféle figura aránya? (10 pont)

4. Tekintsük az alábbi két számhalmazt:

$$A = \left\{ \frac{3n-4}{5n-3} : n \in \mathbb{Z} \right\}; \qquad B = \left\{ \frac{4k-3}{7k-6} : k \in \mathbb{Z} \right\}$$

   Hány eleme van az $A \cap B$ halmaznak? (10 pont)

5. Sanyiék a kör alakú asztalukat betolták a sarokba, felülnézetben látjuk az *ábrán*. Az asztallap átmérője 170 cm. Az asztallap szélének egy pontja az egyik faltól 10 cm-re van. Hány cm-re lehet ez a pont a másik faltól? (10 pont)



LEVEL-ezz! matematika verseny, 2017-2018. IV. forduló

Beadási határidő: **2018. március 14. (szerda) 12:00**
Megoldásaidat indokold, ne csak végeredményt közölj!
Megoldott feladataidat matematikatanárodnak add át a beadási határidő lejárta előtt!
Jó munkát kívánunk!

11.-12. osztály

1. Az $N = 3^x \cdot 5^y \cdot 17^z$ természetes számról tudjuk, hogy $d(17N) = d(N) + 56$ és $d(125N) = d(N)+189$. Határozzad meg N értékét! ($d(N)$ az N természetes szám osztóinak számát jelenti.) (10 pont)

2. Az ABC egyenlő szárú háromszög *(AC=BC)* C csúcsból induló magasságának talppontja T, az A-ból induló szögfelező talppontja P. Bizonyítsuk be, hogy ekkor

$$\frac{2 \cdot BT \cdot BP}{AC} = \frac{AB^2}{AB + AC}! \qquad (10\,\text{pont})$$

3. Oldjuk meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$x^{\log_9(x+6)-\log_9 x} - 1 \leq 0 \qquad (10\,\text{pont})$$

4. Adott $(n + 3)$ db számjegy: 1 db 1-es, 1 db 2-es; 1 db 3-as és n db 4-es ($n \geq 3$). E számjegyek mindegyikének felhasználásával képezzük az összes lehetséges $(n + 3)$ jegyű számot. Hány számot képezhetünk ilyen módon? Ezek közül hány db olyan van, melyben a 4-esek nem szerepelnek egymás mellett? (10 pont)

A következő feladatot csak 11. osztályosok oldják meg!

5. Bizonyítsuk be, hogy $4n^3 + 6n^2 + 4n + 1$ semmilyen pozitív egész n-re nem lesz prímszám! (10 pont)

A következő feladatot csak 12. osztályosok oldják meg!

5. Egy háromszög *a, b, c* oldalaira teljesül, hogy $3, a + b + c, a^2 + b^2 + c^2$ mennyiségek mértani sorozatot alkotnak. Bizonyítsuk be, hogy ekkor a háromszög szabályos! (10 pont)